



# CƠ HỌC

---

# VẬT RĂN

---



NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

 HACHETTE  
Supérieur



"Cuốn sách này được xuất bản trong khuôn khổ Chương trình Đào tạo Kỹ sư Chất lượng cao tại Việt Nam, với sự trợ giúp của Bộ phận Văn hóa và Hợp tác của Đại Sứ quán Pháp tại nước Cộng hòa Xã hội Chủ nghĩa Việt Nam".

*"Cet ouvrage, publié dans le cadre du Programme de Formation d'Ingénieurs d'Excellence au Vietnam bénéficie du soutien du Service Culturel et de Coopération de l'Ambassade de France en République socialiste du Vietnam".*

**Công ty Cổ phần sách Đại học - Dạy nghề – Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam giữ quyền công bố  
tác phẩm.**

---

04 – 2009/CXB/344 – 2117/GD

Mã số : 7K475y9 – DAI

# Cơ học vật rắn

(Tái bản lần thứ tư)

JEAN - MARIE BRÉBEC

Giáo sư giảng dạy các lớp Dự bị đại học  
trường Lixê Saint - Louis ở Paris

JEAN - NOËL BRIFFAUT

Giáo sư giảng dạy các lớp Dự bị đại học  
trường Lixê Descartes ở Tours

PHILIPPE DENÈVE

Giáo sư giảng dạy các lớp Dự bị đại học  
trường Lixê Henri - Wallon ở Valenciennes

THIERRY DESMARAIS

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixê Sainte - Marie - Fénelon ở Paris

ALAIN FAVIER

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixê Champollion ở Grenoble

MARC MÉNÉTRIER

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixê Thiers ở Marseilles

BRUNO NOËL

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixê Champollion ở Grenoble

CLAUDE ORSINI

Giáo sư giảng dạy các lớp dự bị đại học  
trường Lixê Dumont - d'Urville ở Toulon

Năm thứ hai

MP -M P\*-PC

PC\*-PT-PT\*

Người dịch : NGUYỄN XUÂN CHÁNH

NHÀ XUẤT BẢN GIÁO DỤC VIỆT NAM

# Mécanique du solide

JEAN - MARIE BRÉBEC  
Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Saint - Louis à Paris

JEAN - NOËL BRIFFAUT  
Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Descartes à Tours

PHILIPPE DENÈVE  
Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Henri - Wallon à Valenciennes

THIERRY DESMARAIS  
Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Sainte - Marie - Fénelon à Paris

ALAIN FAVIER  
Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Champollion à Grenoble

MARC MÉNÉTRIER  
Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Thiers à Marseilles

BRUNO NOËL  
Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Champollion à Grenoble

CLAUDE ORSINI  
Professeur en Classes Préparatoires  
au Lycée Dumont - d'Urville à Toulon

2<sup>de</sup> année

**MP-MP\*-PC**  
**PC\*-PT-PT\***

**H** HACHETTE  
*Supérieur*

# Lời nói đầu

Bộ giáo trình này viết theo chương trình mới của các lớp dự bị vào các trường Đại học, được áp dụng cho kì tuyển sinh tháng 9/1995 đối với các lớp năm thứ nhất MPSI, PCSI và PTSI, cho kì tuyển sinh tháng 9/1996 đối với các lớp năm thứ hai MP, PC, PSI.

Theo tinh thần của chương trình mới, bộ giáo trình này thực hiện một sự đổi mới giảng dạy vật lí ở các lớp dự bị đại học.

- Có một truyền thống đã khá ăn sâu, đó là vật lí được xem như là sản phẩm thứ yếu của Toán, các hiện tượng vật lí che lấp bởi các tính toán. Trái với điều đó, ở giáo trình này các tác giả đã đưa toán về đúng vị trí của nó, đã ưu tiên cách tư duy và lí luận vật lí và nhấn mạnh các tham số có ý nghĩa, nhấn mạnh hệ thức liên kết các tham số lại với nhau.
- Vật lí là một khoa học thực nghiệm và phải được giảng dạy theo tinh thần đó. Các tác giả quan tâm đặc biệt đến việc mô tả các thiết bị thí nghiệm, không bỏ qua tầm quan trọng của thực hành. Mong rằng những cố gắng của các tác giả sẽ thúc đẩy thay và trò cải tiến hoặc tạo ra những hoạt động thí nghiệm sáng tạo.
- Vật lí không phải là một khoa học thoát li chỉ chú trọng đến biện luận tư duy mà tách rời với thực tế kĩ thuật. Mỗi khi chủ đề đã khá sát, các tác giả đã dành nhiều chỗ để trình bày những áp dụng khoa học hay công nghệ, đặc biệt là để kích thích các nhà nghiên cứu và kĩ sư tương lai.
- Vật lí không phải là một khoa học bất khả xâm phạm và vĩnh hằng, đó là sản phẩm của một thời và không tách ra khỏi phạm vi hoạt động của con người.

Các tác giả đã chú trọng tham khảo lịch sử khoa học để mô tả diễn tiến của các mô hình lí thuyết cũng như đưa thí nghiệm trở lại với hoàn cảnh của chúng.

Nhóm các tác giả mà Jean-Marie BRÉBEC phối hợp gồm các giáo sư các lớp dự bị có nhiều kinh nghiệm, đã tham gia chấm nhiều kì thi tuyển vào các trường đại học và năng lực khoa học của nhóm này được nhất trí công nhận. Nhóm này quan hệ mật thiết với các tác giả của bộ giáo trình của DURANDEAU và DURUPTHY cho vòng hai các lớp trung học (tương đương trung học phổ thông của Việt Nam) ; như vậy bộ giáo trình cho các lớp dự bị đã kế tiếp hoàn hảo các giáo trình trung học về hình thức cũng như ý tưởng.

Chắc chắn rằng công trình này là những công cụ quý báu cho sinh viên để chuẩn bị có hiệu quả cho các kì thi tuyển, cũng như để nắm được kiến thức khoa học vững chắc.

J.P. DURANDEAU

Sau khi nghiên cứu các yếu tố động học của một hệ chất điểm (đối với sinh viên PC và PC\*, là nhắc lại) giáo trình đề cập đến trường hợp rất quan trọng của vật rắn làm rõ chi tiết về momen quán tính của vật rắn đối với một trục.

Các định luật động lực học (không quên nghiên cứu về năng lượng) được áp dụng cho tất cả các hệ chất điểm, đặc biệt cho vật rắn.

Các lực, hay là các tác động tiếp xúc và các định luật về ma sát (rất có ích đối với sinh viên PT vì những điều này không được nêu rõ trong chương trình) được nghiên cứu chi tiết và như vậy là có cả một chương nói về chuyển động vật rắn quanh một trục cố định.

Các bài tập (hoặc tình huống) cổ điển luôn luôn được trình bày dưới dạng những áp dụng hay là những bài tập có lời giải.

Cuối giáo trình có nhiều bài tập điển hình, trích từ những bài tập viết khi thi tuyển vào các trường Đại học phù hợp với chương trình hiện nay và có bài giải. Các bài tập này vận dụng tất cả những kết quả của chương trình cơ và cũng cho phép sinh viên kiểm tra kiến thức của mình.

# Mục lục

<i>Lời nói đầu</i> .....	5
<i>Mục lục</i> .....	6
<b>1</b> Động học của các hệ chất .....	7
<b>2</b> Chuyển động của một vật rắn .....	25
<b>3</b> Nghiên cứu động lực các hệ chất .....	46
<b>4</b> Nghiên cứu năng lượng các hệ chất .....	70
<b>5</b> Tiếp xúc giữa hai vật rắn - Định luật về ma sát .....	93
<b>6</b> Sự quay của vật rắn quanh một trục cố định .....	126
<i>Bài toán</i> .....	145



# ĐỘNG HỌC CỦA CÁC HỆ CHẤT

1

## Mở đầu

Động học được hình thành từ chuyển động học bằng cách đưa thêm khái niệm về khối lượng: đối tượng của động học là nghiên cứu chuyển động của các khối lượng, không đề cập đến nguyên nhân gây nên chuyển động. Chúng ta trình bày ở chương này các định lý KÖENIG (Paul Savier Gabriel KÖENIG, sinh ở Toulouse năm 1858, mất ở Paris năm 1931, nguyên là sinh viên Cao đẳng sư phạm Paris và là giáo sư cơ học ở Sorbonne). Các định lý này cho phép xác định dễ dàng các yếu tố động học của một hệ chất bất kỳ (biến dạng hay không biến dạng) và chúng tôi sẽ hướng dẫn để sử dụng trong nhiều bài toán.

Chương này là ôn lại đối với các học viên PCSI; trái lại đối với học viên MPSI và PTSI những khái niệm ở đây là mới.

## MỤC TIÊU

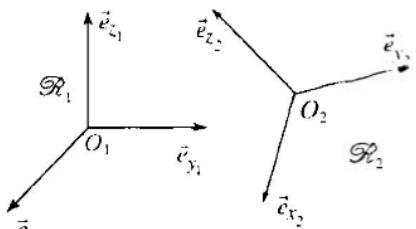
- Quán tâm, quy chiếu trọng tâm.
- Tổng động lượng và động lực, momen động lượng và động lực.
- Động năng của một hệ chất.
- Các định lý KÖENIG.

## ĐIỀU CẦN BIẾT TRƯỚC

- Động học và động lực học chất điểm.

# 1 Nhắc lại : thành phần của vận tốc và gia tốc

Ta xét hai hệ quy chiếu  $\mathcal{R}_1$  và  $\mathcal{R}_2$  dịch chuyển đối với nhau và ký hiệu  $(O_1; \vec{e}_{x_1}, \vec{e}_{y_1}, \vec{e}_{z_1})$  và  $(O_2; \vec{e}_{x_2}, \vec{e}_{y_2}, \vec{e}_{z_2})$  hai hệ tọa độ Descartes gắn liền tương ứng với  $\mathcal{R}_1$  và  $\mathcal{R}_2$  (h.1).



H.1. Chuyển động tương đối của hai hệ quy chiếu.

## 1.1. Chuyển động tương đối của hai hệ quy chiếu

### 1.1.1. Vectơ quay

Trong  $\mathcal{R}_1$ , gốc  $O_2$  và các vectơ đơn vị  $\vec{e}_{x_2}$ ,  $\vec{e}_{y_2}$  và  $\vec{e}_{z_2}$  thay đổi tuân theo các tính chất:

$$\vec{e}_{x_2}^2 = \vec{e}_{y_2}^2 = \vec{e}_{z_2}^2 = 1 \text{ và } \vec{e}_{x_2} \cdot \vec{e}_{y_2} = \vec{e}_{y_2} \cdot \vec{e}_{z_2} = \vec{e}_{z_2} \cdot \vec{e}_{x_2} = 0$$

Trong  $\mathcal{R}_1$ , lấy đạo hàm các hệ thức trên theo thời gian, ta có:

$$\begin{aligned} \vec{e}_{x_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{x_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} &= \vec{e}_{y_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{y_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} = \vec{e}_{z_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{z_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} = 0; \\ \vec{e}_{x_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{y_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} + \vec{e}_{y_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{x_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} &= 0; \\ \vec{e}_{y_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{z_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} + \vec{e}_{z_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{y_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} &= 0; \\ \vec{e}_{z_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{x_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} + \vec{e}_{x_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{z_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} &= 0. \end{aligned}$$

Đặt :

$$\Omega_{x_2}(t) = \vec{e}_{z_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{y_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1}, \quad \Omega_{y_2}(t) = \vec{e}_{x_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{z_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} \text{ và } \Omega_{z_2}(t) = \vec{e}_{y_2} \cdot \left( \frac{d \vec{e}_{x_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1},$$

Ta đưa vào vectơ :

$$\vec{\Omega}_{\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1} = \Omega_{x_2}(t) \vec{e}_{x_2} + \Omega_{y_2}(t) \vec{e}_{y_2} + \Omega_{z_2}(t) \vec{e}_{z_2}$$

$$\text{Và ta có thể viết: } \left( \frac{d \vec{e}_{x_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} = \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1} \wedge \vec{e}_{x_2},$$

$$\left( \frac{d \vec{e}_{y_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} = \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1} \wedge \vec{e}_{y_2} \text{ và } \left( \frac{d \vec{e}_{z_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1} = \vec{\Omega}_{\mathcal{R}_2/\mathcal{R}_1} \wedge \vec{e}_{z_2}.$$

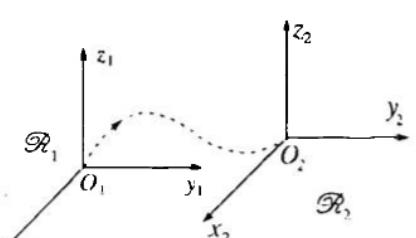
Vectơ  $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}_1/\mathcal{R}_2}$ , được gọi là **vectơ quay kéo theo** của  $\mathcal{R}_2$  so với  $\mathcal{R}_1$ , vectơ đó đặc trưng cho sự quay của  $\mathcal{R}_2$  so với  $\mathcal{R}_1$ .

### 1.1.2. Trường hợp tịnh tiến đối với nhau

Vectơ quay bằng không :  $\vec{\Omega}_{\mathcal{R}_1/\mathcal{R}_2} = \vec{0}$ ; do đó các vectơ  $\vec{e}_{x_2}$ ,  $\vec{e}_{y_2}$  và  $\vec{e}_{z_2}$  và nói chung là các vectơ gắn với  $\mathcal{R}_2$  là không đổi trong  $\mathcal{R}_1$ .

Tốc độ  $\vec{v}(O_2)_{/\mathcal{R}_1} = \left( \frac{d \overline{O_1 O_2}}{dt} \right)_{/\mathcal{R}_1}$  đặc trưng cho sự tịnh tiến của  $\mathcal{R}_2$  đối với  $\mathcal{R}_1$  (h.2).

Chú ý rằng phép tịnh tiến của  $\mathcal{R}_2$  không bắt buộc phải thẳng và quỹ đạo của điểm  $O_2$  là bất kỳ (quỹ đạo này thậm chí có thể là một vòng tròn:  $\mathcal{R}_2$  lúc đó là tịnh tiến tròn đối với  $\mathcal{R}_1$  (h.3)).



H.2.  $\mathcal{R}_2$  tịnh tiến một cách bất kỳ nào đó đối với  $\mathcal{R}_1$ .